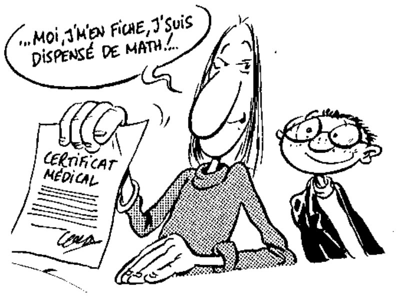
/

# BREVET BLANC de MATHEMATIQUES n° 2
## mars 2010 - durée : 2 heures

***ATTENTION : RENDRE LE SUJET AVEC LA COPIE***

*Les calculatrices sont autorisées.*
*L'orthographe, le soin et la présentation sont notés sur* ***4 points***.




## Activités numériques (12 points)

### Exercice 1 (3,5 pts)

1. Effectuer les quatre calculs suivants, chaque résultat sera donné sous la forme d'un **entier**. **On demande les étapes** des calculs

   a. **Calcul 1** : $\dfrac{3{,}9\times\left(10^{-2}\right)^2}{3\times10^{-5}}$

   b. **Calcul 2** : trouver le plus grand diviseur commun de 35 et 12.

   c. **Calcul 3** : $\left(2+\frac{2}{3}\right)\div\left(\frac{4}{5}-\frac{2}{3}\right)$

   d. **Calcul 4** : $\dfrac{4\times\sqrt{24}}{\sqrt{6}}$

2. On construit un codage de la façon suivante :

| Nombres | 1 | 2 | 3 | … | … | 26 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Codes | A | B | C | … | … | Z |

   a. Quel est le code de 13 ?

   b. Quel est le mot formé en codant les quatre résultats de la première question ? Si les calculs sont exacts, on doit retrouver un mot de circonstance…

### Exercice 2 (3 pts)

Soit $f$ la fonction définie par la formule : $f(x) = (2x-3)(3x-1) + (2x-3)^2$

1. Développer et réduire $f(x)$

2. Calculer l'image de $\sqrt{2}$ par $f$.
   Donner la réponse sous la forme $a + b\sqrt{2}$ où $a$ et $b$ sont des entiers relatifs.

## Exercice 3 (2,5 pts)

Pour chacune des questions suivantes, **une seule** des réponses proposée est exacte. Cocher la réponse exacte sans justification.

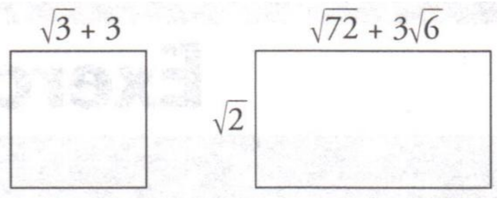
*Une bonne réponse rapporte 0,5 point. Une mauvaise réponse enlève 0,25 point. L'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point. Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est 0.*

| Questions | Réponses |
|---|---|
| **Rappel** : dans un jeu de 32 cartes, les cartes sont réparties en 4 catégories (cœur, carreau, pique et trèfle). Dans chaque catégorie, il y a 8 cartes (7, 8, 9, 10, Valet, Dame, Roi, As). On tire une carte au hasard dans ce jeu. | |
| 1 . La probabilité d'obtenir un carreau est : | ☐ 0,75<br>☐ $\frac{1}{4}$<br>☐ 0,5 |
| 2. La probabilité d'obtenir un as est : | ☐ 0,25<br>☐ $\frac{1}{4}$<br>☐ 0,125 |
| 3. La probabilité d'obtenir un roi ou un cœur est : | ☐ $\frac{12}{32}$<br>☐ $\frac{13}{32}$<br>☐ $\frac{11}{32}$ |
| 4. Les événements « tirer un roi » et « tirer un pique » sont : | ☐ incompatibles<br>☐ contraires<br>☐ ni l'un ni l'autre |
| 5. On a plus de chance d'obtenir un roi qu'un cœur. | ☐ c'est vrai<br>☐ c'est faux<br>☐ on ne peut pas savoir |

## Exercice 4 (3 pts)

*Dans cet exercice, toutes les longueurs sont données en cm.*

La mesure du côté du carré est $\sqrt{3}+3$
Les dimensions du rectangle sont $\sqrt{72}+3\sqrt{6}$ et $\sqrt{2}$.



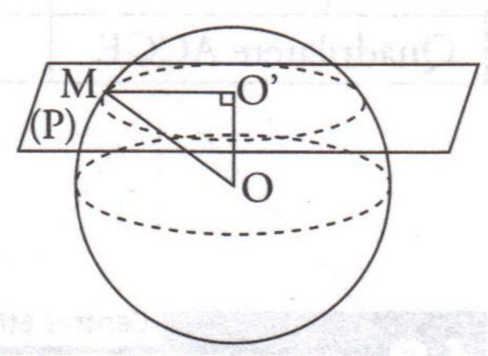

1. Calculer l'aire A du carré ; réduire l'expression obtenue.
2. Calculer l'aire A' du rectangle.
3. Vérifier que ces 2 aires sont égales.

## Activités géométriques (12 points)

### Exercice 1 (2 pts)

On considère la sphère de centre O et de rayon 6 cm.

On note O' le point tel que : OO' = 4 cm.
(P) est le plan passant par le point O'
et perpendiculaire à la droite (OO').
On note M le point appartenant au plan (P) et à la sphère.




Aucun calcul n'est nécessaire pour les deux constructions suivantes :

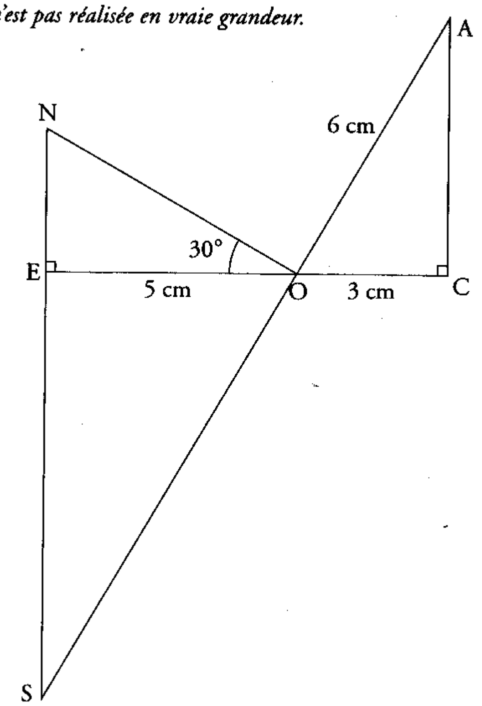
1. Tracer en vraie grandeur le triangle OO'M.
2. Tracer en vraie grandeur l'intersection de la sphère et du plan.

### Exercice 2 (6 pts)

**On donne :**

- EO = 5 cm ; OC = 3 cm et OA = 6 cm.
- Les points E, O et C sont alignés.
- Les triangles ENO et OCA sont respectivement rectangles en E et en C.
  La droite (AO) coupe la droite (NE) en S.

*La figure n'est pas réalisée en vraie grandeur.*



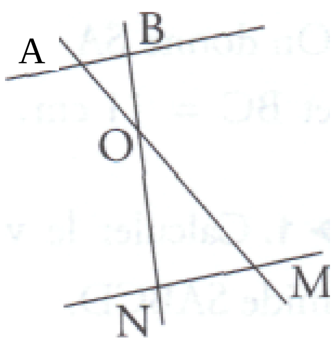

1. Prouver que AC = $3\sqrt{3}$ cm.
2. a) Prouver que les droites (NS) et (AC) sont parallèles.

   b) Calculer les valeurs exactes de OS et de ES.
3. Calculer ON sachant que $\widehat{EON} = 30°$.
   Arrondir au millimètre.
4. a) Calculer la mesure de l'angle $\widehat{COA}$
   b) Démontrer que le triangle SON est rectangle.

### Exercice 3 (4 pts)

La *figure ci-contre n'est pas en vraie grandeur ; on ne demande pas de la reproduire.*

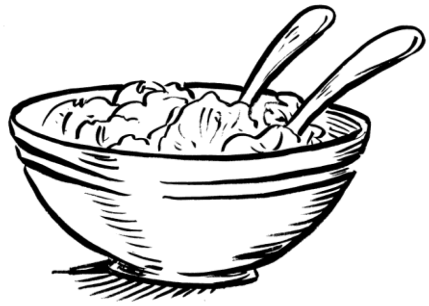
Les droites (AM) et (BN) sont sécantes en O.
Les dimensions sont en centimètres. On donne :




**OA = 3 ; OB = 2,5 ; OM = 5,4 ; ON = 4,5 .**

1. Montrer que les droites (AB) et (MN) sont parallèles.
2. On suppose que AB = 1,2. Calculer la distance MN.
3. OMN est un agrandissement de OAB.
   a) Calculer le coefficient de l'agrandissement.
   b) En déduire l'écriture décimale du quotient $\frac{aire\ de\ OMN}{aire\ de\ OAB}$.

Problème (12 points)



**Partie A**

Une entreprise fabrique des saladiers en faïence ayant la forme d'une demi-sphère de rayon 12 cm.

1. Vérifier que, en $cm^3$, la valeur exacte du volume du saladier est $1\,152\ \pi$.

2. Un père de famille a besoin de 1,5 litre de lait pour faire des crêpes. Pourra-t-il utiliser ce type de saladier pour les préparer ? Justifier.

**Partie B**

Les saladiers sont vendus 5,50 euros pièce.

1. Quel est le prix de vente de 800 saladiers ?

2. a) Soit $x$ le nombre de saladiers achetés par un supermarché.
Déterminer le prix $f(x)$ que le supermarché paiera.

b) Déterminer le nombre **dont l'image par la fonction *f* est** 6 600. Interpréter le résultat.

c) Représenter graphiquement la fonction dans un repère orthogonal.

*On prendra l'origine du repère en bas à gauche sur une feuille de papier millimétré.*
*On prendra :*
- *en abscisses, 1 cm pour 100 saladiers ;*
- *en ordonnées, 1 cm pour 400 euros.*

3. En utilisant le graphique, retrouver le résultat de la question 2.b). (Faire apparaître les tracés nécessaires.)

**Partie C**

Le responsable du supermarché a relevé le nombre de saladiers vendus par chacune de ses quatre vendeuses et l'a inscrit dans le tableau suivant :

| Nom de la vendeuse | Sofia | Natacha | Lorie | Magali |
|---|---|---|---|---|
| Nombre de saladiers | 220 | 200 | 290 | 250 |

1. Combien de saladiers ont été vendus ?

2. Calculer le pourcentage de saladiers vendus par Natacha. Arrondir au dixième.

3. Le responsable du supermarché affirme qu'il a vendu 80 % de son stock.
Combien avait-il acheté de saladiers ?

# CORRECTION

## Activités numériques (12 points)

### Exercice 1 (2 pts)

1.

a. **Calcul 1** : $\frac{3{,}9\times(10^{-2})^2}{3\times10^{-5}} = \frac{3{,}9\times10^{-4}}{3\times10^{-5}} = 1{,}3\times10^{-4-(-5)} = 1{,}3\times10^{1} = \mathbf{13}$

b. **Calcul 2** : trouver le plus grand diviseur commun de 35 et 12.
En utilisant l'algorithme d'Euclide :
PGCD(35 ; 12) = PGCD (12 ; 11) = PGCD(11 ; 1) = 1 dernier reste non nul

c. **Calcul 3** : $\left(2+\frac{2}{3}\right)\div\left(\frac{4}{5}-\frac{2}{3}\right) = \left(\frac{6}{3}+\frac{2}{3}\right)\div\left(\frac{12}{15}-\frac{10}{15}\right) = \frac{8}{3}\div\frac{2}{15} = \frac{8}{3}\times\frac{15}{2} = \mathbf{20}$

d. **Calcul 4** : $\frac{4\times\sqrt{24}}{\sqrt{6}} = \frac{4\times\sqrt{6\times4}}{\sqrt{6}} = \frac{4\times\sqrt{4}\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = 4\times2 = \mathbf{8}$

2. On construit un codage de la façon suivante :

| Nombres | 1 | 2 | 3 | … | … | 26 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Codes | A | B | C | … | … | Z |

a. Quel est le code de 13 ? c'est **M**

b. Quel est le mot formé en codant les quatre résultats de la première question ? Si les calculs sont exacts, on doit retrouver un mot de circonstance… On obtient **MATH**

### Exercice 2 (3 pts)

Soit $f$ la fonction définie par la formule : $f(x) = (2x-3)(3x-1)+(2x-3)^2$

1. Développer et réduire $f(x)$ .

$f(x) = (2x-3)(3x-1)+(2x-3)^2$
$f(x) = 6x^2-2x-9x+3+4x^2+9-12x$
$f(x) = 10x^2-23x+12$

2. Calculer l'image de $\sqrt{2}$ par $f$.
Donner la réponse sous la forme $a+b\sqrt{2}$ où $a$ et $b$ sont des entiers relatifs.

$f(\sqrt{2}) = 10\times\sqrt{2}^2-23\times\sqrt{2}+12$

$f(\sqrt{2}) = 10 \times 2 - 23\sqrt{2} + 12$

$f(\sqrt{2}) =$ **$32 - 23\sqrt{2}$**

## Exercice 3 (2 pts)

Pour chacune des questions suivantes, **une seule** des réponses proposée est exacte. Cocher la réponse exacte sans justification.

*Une bonne réponse rapporte 0,5 point. Une mauvaise réponse enlève 0,25 point. L'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point. Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est 0.*

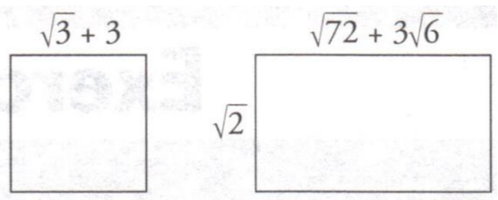
| Questions | Réponses |
| --- | --- |
| **Rappel** : dans un jeu de 32 cartes, les cartes sont réparties en 4 catégories (cœur, carreau, pique et trèfle). Dans chaque catégorie, il y a 8 cartes (7, 8, 9, 10, Valet, Dame, Roi, As). On tire une carte au hasard dans ce jeu. | |
| 1 . La probabilité d'obtenir un carreau est : | ☐ 0,75<br>■ $\frac{1}{4}$<br>☐ 0,5 |
| 2. La probabilité d'obtenir un as est : | ☐ 0,25<br>☐ $\frac{1}{4}$<br>■ 0,125 |
| 3. La probabilité d'obtenir un roi ou un cœur est : | ☐ $\frac{12}{32}$<br>☐ $\frac{13}{32}$<br>■ $\frac{11}{32}$ |
| 4. Les événements « tirer un roi » et « tirer un pique » sont : | ☐ incompatibles<br>☐ contraires<br>■ ni l'un ni l'autre |
| 5. On a plus de chance d'obtenir un roi qu'un cœur. | ☐ c'est vrai<br>■ c'est faux<br>☐ on ne peut pas savoir |

## Exercice 4 (2 pts)

*Dans cet exercice, toutes les longueurs sont données en cm.*

La mesure du côté du carré est $\sqrt{3} + 3$

Les dimensions du rectangle sont $\sqrt{72} + 3\sqrt{6}$ et $\sqrt{2}$.




1. Calculer l'aire $A$ du carré ; réduire l'expression obtenue.
   $A = (\sqrt{3} + 3)^2 = 3 + 9 + 6\sqrt{3} =$ **$12 + 6\sqrt{3}$ cm²**
2. Calculer l'aire $A'$ du rectangle.

A' $=\sqrt{2} \times (\sqrt{72} + 3\sqrt{6}) = \sqrt{144} + 3\sqrt{12}$ **cm²**

3. Vérifier que ces 2 aires sont égales.

On a : A' $= \sqrt{144} + 3\sqrt{12} = 12 + 3\times\sqrt{4\times 3} = 12 + 6\sqrt{3} =$ A

## Activités géométriques (12 points)

### Exercice 1 (6 pts)

**1.**

Dans le triangle OAC rectangle en C, d'après le théorème de Pythagore :

$OA^2 = OC^2 + CA^2$

$6^2 = 3^2 + CA^2$

$CA^2 = 36 - 9$

$CA^2 = 27$

$\boxed{CA = \sqrt{27} = \sqrt{9\times 3} = 3\sqrt{3}}$

**2.** a) Les droites (NS) et (AC) sont perpendiculaires à la droite (EC) donc elles sont parallèles.

b)

On sait que : les droites (EC) et (AS) sont **sécantes en O**, les droites (NS) et (AC) sont **parallèles**.
On applique le **théorème (direct) de Thalès** :

$$\frac{OA}{OS} = \frac{OC}{OE} = \frac{AC}{SE}$$

Donc $\frac{6}{OS} = \frac{3}{5}$ $\qquad OS = \frac{6\times 5}{3}$ $\qquad \boxed{OS = 10 \text{ cm}}$

Et $\frac{3}{5} = \frac{3\sqrt{3}}{SE}$ $\qquad SE = \frac{\cancel{3}\sqrt{3}\times 5}{\cancel{3}}$ $\qquad \boxed{SE = 5\sqrt{3} \text{ cm}}$

**3.** Dans le triangle NOE rectangle en O,

$\cos(NOE) = \frac{OE}{ON}$ $\qquad \cos 30° = \frac{5}{ON}$ $\qquad ON = \frac{5}{\cos 30°}$ °

On sait que $\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\qquad$ donc $ON = \frac{5}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 5\times\frac{2}{\sqrt{3}} = \boxed{\frac{10}{\sqrt{3}}}$

$\boxed{ON \approx 5{,}8 \text{ cm}}$ (arrondi au mm)

**4.** a) Dans le triangle COA rectangle en C,

$\cos(COA) = \frac{CO}{OA}$ $\qquad \cos(COA) = \frac{3}{6}$ $\qquad \boxed{COA = 60°}$

b) Les angles $\widehat{COA}$ et $\widehat{EOS}$ sont **opposés par le sommet** donc ils ont même mesure : 60°.

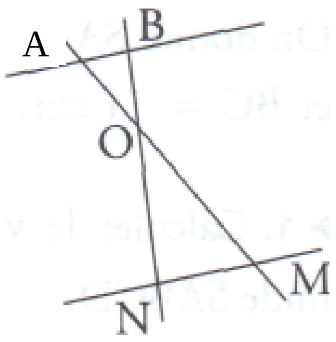
On a donc $\widehat{SON} = \widehat{SOE} + \widehat{EON}$

$\widehat{SON} = 60 + 30$

$\widehat{SON} = 90°$. **Le triangle SON est donc bien rectangle en O**.

## Exercice 2 (6 pts)

**OA = 3 ; OB = 2,5 ; OM = 5,4 ; ON = 4,5 .**




4. Montrer que les droites (AB) et (MN) sont parallèles.
5. On suppose que AB = 1,2. Calculer la distance MN.
6. OMN est un agrandissement de OAB.

   c) Calculer le coefficient de l'agrandissement.

   d) En déduire l'écriture décimale du quotient $\frac{aire\ de\ OMN}{aire\ de\ OAB}$.

## Problème (12 points)

### Partie A

Une entreprise fabrique des saladiers en faïence ayant la forme d'une demi-sphère de rayon 12 cm.

1. Vérifier que, en cm$^3$, la valeur exacte du volume du saladier est 1 152 $\pi$.
   $V = \frac{4}{3}\ \pi R^3 = = \frac{4}{3}\ \pi \times 12^3 = \frac{4}{3}\ \pi \times 1728 =$ **1 152 $\pi$ cm$^3$**

2. Une ménagère a besoin de 1,5 litre de lait pour faire des crêpes. Pourra-t-elle utiliser ce type de saladier pour les préparer ? Justifier.
   **1 152 $\pi$ $\approx$ 3619 cm3 soit environ 3,6 litres**
   **Le saladier est donc assez grand pour contenir 1,5 L de lait**

### Partie B

Les saladiers sont vendus 5,50 euros pièce.

1. Quel est le prix de vente de 800 saladiers ?
   800 $\times$ 5,5 = 4 400. **Les 800 saladiers sont vendus 4 400 €**

2. a) Soit $x$ le nombre de saladiers achetés par un supermarché.
   Déterminer le prix $f(x)$ qu'il paiera à l'entreprise.
   **$f(x) = 5,5 \times x$**

   b) Déterminer le nombre dont l'image par la fonction $f$ est 6 600. Interpréter le résultat.
   Le nombre qui a pour image 6 600 est 6 600 ÷ 5,5 = **1200**.
   **Cela signifie que pour 6 600 € on peut acheter 1 200 saladiers.**

   c)Représenter graphiquement la fonction/dans un repère orthogonal.

*On prendra l'origine du repère en bas à gauche sur une feuille de papier millimétré.*
*On prendra :*

- *en abscisses, 1 cm pour 100 saladiers ;*
- *en ordonnées, 1 cm pour 400 euros.*

**3.** En utilisant le graphique, retrouver le résultat de la question 2.b). (Faire apparaître les tracés nécessaires.)

## Partie C

Le responsable du supermarché a relevé le nombre de saladiers vendus par chacune de ses quatre vendeuses et l'a inscrit dans le tableau suivant :

| Nom de la vendeuse | Sofia | Natacha | Lorie | Magali |
|---|---|---|---|---|
| Nombre de saladiers | 220 | 200 | 290 | 250 |

**4.** Combien de saladiers ont été vendus ?

**5.** Calculer le pourcentage de saladiers vendus par Natacha. Arrondir au dixième.

**6.** Le responsable du supermarché affirme qu'il a vendu 80 % de son stock.
Combien avait-il acheté de saladiers ?