BREVET BLANC de MATHEMATIQUES n° 1
décembre 2008 - durée : 2 heures

Les calculatrices sont autorisées.
L'orthographe, le soin et la présentation sont notés sur ***<u>4 points</u>****.*

Activités numériques (12 points)

Exercice 1

Soit f la fonction définie par $f(x) = x^2 - 4x + 1$.

1. Calculer l'image de 5, puis de -2 par la fonction f.

2. Calculer $f\left(\frac{2}{3}\right)$. Donner la réponse sous forme d'une fraction irréductible. Ecrire les étapes du calcul.

3. Calculer $f(10^3)$.
   Donner la réponse en écriture décimale puis en écriture scientifique. Ecrire les étapes du calcul.

Exercice 2

1. Calculer le PGCD de 20 755 et 9 488 par la méthode de votre choix.

2. Les nombres 20 755 et 9 488 sont ils premiers entre eux ? Justifier.

3. On pose M = $\frac{20\,755}{9\,488} - \frac{3}{8}$ .Donner l'écriture du nombre M sous forme d'une fraction irréductible .

Exercice 3

1. Résoudre l'équation : $\frac{1}{3}x + \frac{1}{6}x + 150 = x$.

2. Dans un jardin, le tiers de la surface est recouvert par des fleurs, un sixième par des plantes vertes, et le reste, soit 150 m^2, est occupé par de la pelouse.

   Déduire de la question 1. , mais en expliquant, quelle est l'aire de ce terrain.

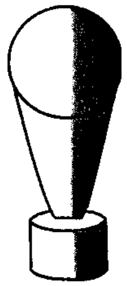
Exercice 4

1. Résoudre l'inéquation $-3(x-2) \geq x - 4$

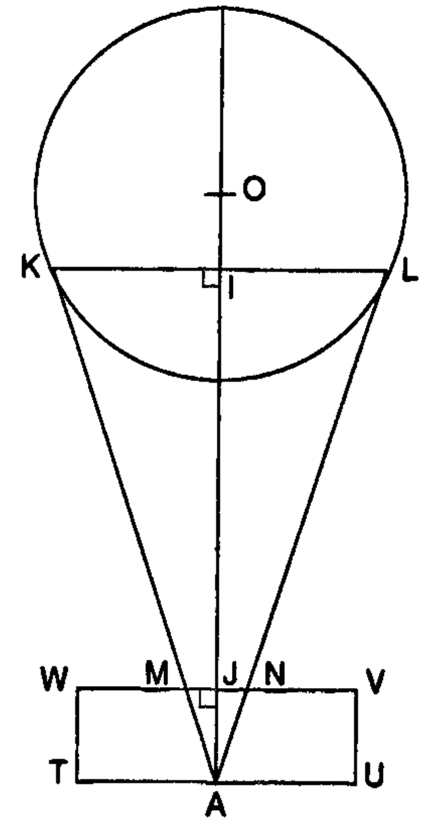
2. Représenter graphiquement les solutions de cette inéquation sur une droite graduée.

3. Le nombre π est-il solution de cette inéquation ? Pourquoi ?

Activités géométriques (12 points)



Exercice 1



Le trophée ci-contre est constitué d'une boule, d'un cône et d'un cylindre.

Les droites (AK) et (AL) sont <u>tangentes au cercle</u>.

Les droites (KL) et (MN) sont <u>perpendiculaires à l'axe (AO)</u>.

<u>On donne</u> : KI = 6 cm ; AK = 15,6 cm et MJ = 1,5 cm.

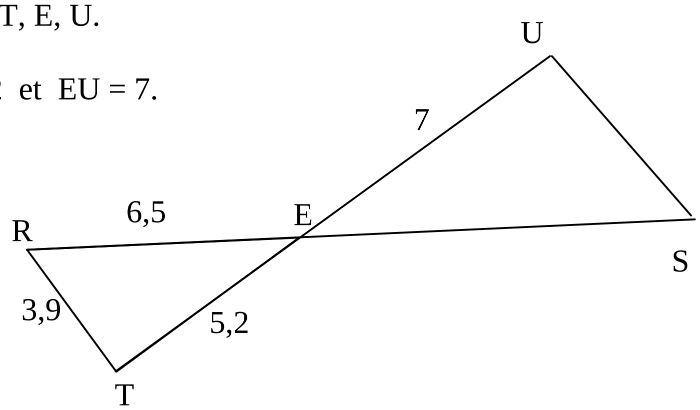
1. En considérant le triangle AIK, démontrer que AI = 14,4 cm.
2. En utilisant le même triangle, démontrer que $\dfrac{AJ}{AI} = \dfrac{1}{4}$.
3. Calculer la valeur arrondie au dixième de l'angle $\widehat{KAI}$.
4. Prouver que le triangle OAK est un triangle rectangle.
5. En utilisant le résultat du 3. dans le triangle OAK, calculer la valeur arrondie au millième du rayon OK.

Exercice 2

L'unité de longueur est le **centimètre**. La figure n'est pas dessinée en vraie grandeur.

Les points R, E, S sont alignés, ainsi que les points T, E, U.

On donne : RE = 6,5 RT = 3,9 TE = 5,2 et EU = 7.



1. Démontrer que le triangle ERT est rectangle. Préciser en quel point.
2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ERT}$. Arrondir au degré.
3. Sachant que les droites (US) et (RT) sont parallèles, calculer la valeur exacte de la longueur US.
4. Sans faire **aucun calcul**, mais en justifiant, indiquer quelle est la mesure de l'angle $\widehat{ESU}$ (arrondie au degré).

Problème (12 points)

Dans ce problème, on étudie deux méthodes pour savoir si le poids d'une personne est adapté à sa taille.

Partie A

Dans le graphique de la feuille suivante, on lit pour une taille comprise entre 150 cm et 200 cm :

- En abscisses : la taille (exprimée en cm)
- En ordonnées : le poids (exprimé en kg).

A l'aide du graphique répondre aux questions suivantes par des phrases:

1. Donner le poids minimum et le poids maximum conseillés pour une personne mesurant 180 cm. On donnera des valeurs arrondies au kg près.

2. Une personne mesure 165 cm et pèse 72 kg. De combien dépasse t-elle le poids maximum conseillé ? (arrondir au kg près).

3. Une personne de 72 kg a un poids inférieur au poids maximum conseillé pour sa taille. Quelle peut être sa taille ?

Partie B

Dans cette partie, on appelle t la **taille** d'une personne, exprimée en cm.

On appelle $\boldsymbol{p}$, la fonction qui à toute taille t fait correspondre le **poids idéal** de la personne (en kg)

Ce **poids idéal** est donné par la formule de Lorentz : $\boxed{\boldsymbol{p}(t) = t - 100 - \frac{t-150}{4}}$

1. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant :

t (taille en cm)	150	160	170	180	200
$\boldsymbol{p}(t)$ (poids idéal en kg)					

2. Placer les 5 points correspondants sur le graphique de la feuille suivante.

3. Quelle semble être la nature de la représentation graphique de la fonction $\boldsymbol{p}$?

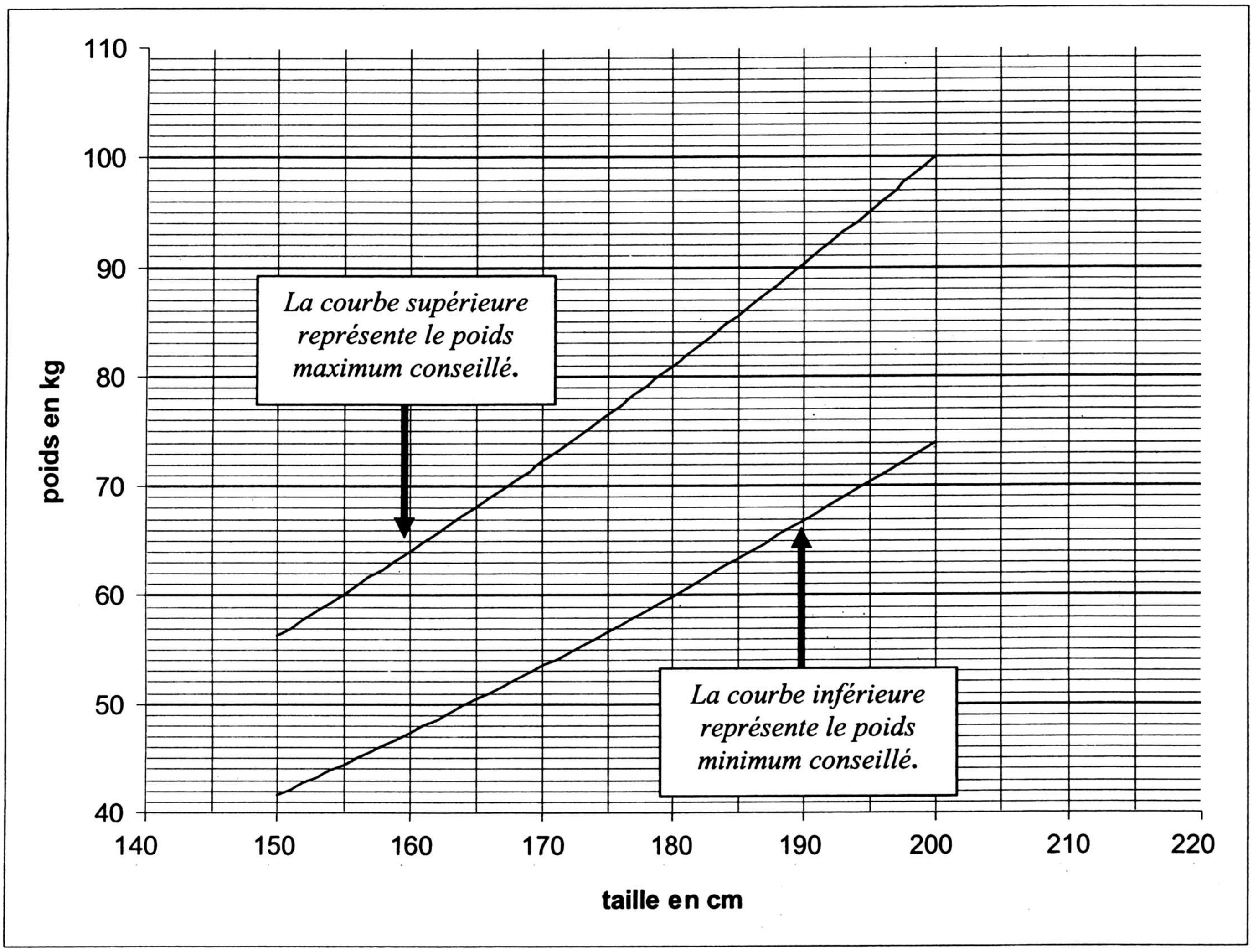
4. Démontrer que : $\boldsymbol{p}(t)$ peut s'écrire plus simplement sous la forme : $\boldsymbol{p}(t) = a\,t + b$ (où a et b sont deux nombres à trouver).

5. Une personne mesure 1,70 m et son poids est égal à son poids idéal augmenté de 10%. Dépasse t-elle le poids maximum conseillé ? Expliquer.

6. Calculer l'antécédent de 60 par la fonction $\boldsymbol{p}$? Que représente ce nombre ?

A rendre avec la copie

Numéro d'anonymat : ………………………..



activités numériques

exercice 1 f définie par $f(x) = x^2 - 4x + 1$

1) l'image de 5 est $f(5)$

$f(5) = 5^2 - 4\times5+1$

$f(5) = 25 - 20 + 1$

$f(5) = 6$

l'image de -2 est $f(-2)$

$f(-2) = (-2)^2 - 4\times(-2)+1$

$f(-2) = 4 + 8 + 1$

$f(-2) = 13$

2) $f\left(\frac{2}{3}\right) = \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 4\times\frac{2}{3}+1$

$f\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{4}{9} - \frac{8}{3} + 1$

$f\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{4}{9} - \frac{24}{9} + \frac{9}{9}$

$f\left(\frac{2}{3}\right) = -\frac{11}{9}$

3) $f(10^3) = (10^3)^2 - 4\times10^3 + 1$

$f(10^3) = 1\,000\,000 - 4\,000 + 1$

$f(10^3) = 996\,001$

$f(10^3) = 9{,}96001\times10^5$ (écriture scientifique)

exercice 2

1) Recherche du PGCD de 20 755 et 9 488 par l'algorithme d'Euclide

$20\,755 = 9\,488\times2 + 1\,779$

$9\,488 = 1\,779\times5 + 593$

$1\,779 = 593\times3 + 0$

donc PGCD (20755 ; 9488) = 593

2) 2 nombres sont premiers entre eux si leur PGCD vaut 1

ici le PGCD de 20755 et 9488 est différent de 1

donc 20755 et 9488 ne sont pas premiers entre eux

3) $\frac{20\,755}{9\,488} = \frac{35\times593}{16\times593} = \frac{35}{16}$ donc $\frac{20\,755}{9\,488} - \frac{3}{8} = \frac{35}{16} - \frac{3}{8} = \frac{35}{16} - \frac{6}{16}$

donc $\frac{20755}{9488} - \frac{3}{8} = \frac{29}{16}$

exercice 3

1) Résoudre $\frac{1}{3}x + \frac{1}{6}x + 150 = x$ donc $\frac{2x}{6} + \frac{1}{6}x + \frac{6\times150}{6} = \frac{6x}{x}$

$2x + x + 900 = 6x$

$900 = 6x - 2x - x$

$900 = 3x$ $x = \frac{900}{3} = 300$ la solution est 300

2) Soit x l'aire du jardin en m^2

donc après mise en équation on obtient $\frac{x}{3} + \frac{x}{6} + 150 = x$

d'après la question 1) $x = 300$

donc l'aire totale du jardin est $300\ m^2$

exercice 4

1) Résoudre $-3(x-2) \geq x-4$

$$-3x+6 \geq x-4$$
$$-3x - x \geq -4-6$$
$$-4x \geq -10$$
$$x \leq \frac{-10}{-4} \quad \text{donc} \quad x \leq 2,5$$

2)

Tous les points de la demi-droite en gras, 2,5 compris, sont solutions

3) $\pi \approx 3,14$ donc π n'appartient pas à la demi-droite représentant les solutions donc π n'est pas solution

---

activités géométriques

exercice 1

1) AIK est un triangle rectangle en I donc d'après le théorème de Pythagore

$AK^2 = AI^2 + IK^2$

$15,6^2 = AI^2 + 6^2$

$AI^2 = 15,6^2 - 6^2$

$AI^2 = 207,36$ $\quad AI = \sqrt{207,36}$ $\quad AI = 14,4\text{ cm}$

2) les droites (MJ) et (KI) sont perpendiculaires à la droite (IA) donc (MJ) est parallèles à (KI) de plus les droites (KM) et (IJ) se coupent en A d'après le théorème de Thalès

$\frac{AJ}{AI} = \frac{AM}{AK} = \frac{MJ}{KI}$ $\quad$ donc $\frac{AJ}{AI} = \frac{1,5}{6} = \frac{1,5 \times 1}{1,5 \times 4}$ $\quad$ donc $\frac{AJ}{AI} = \frac{1}{4}$

3) Dans le triangle rectangle KAI

$\sin \widehat{KAI} = \frac{KI}{AK}$ $\quad \sin \widehat{KAI} = \frac{6}{15,6}$ $\quad$ donc $\widehat{KAI} = \sin^{-1}\left(\frac{6}{15,6}\right)$

$\widehat{KAI} \approx 22,6°$

4) (KA) est tangente au cercle de centre O au point K donc par définition (KA) est perpendiculaire au rayon (OK) en K.

donc AKO est un triangle rectangle en K

5) dans OKA rectangle en K, $\tan \widehat{KAO} = \frac{OK}{AK}$

$\tan 22,6 = \frac{OK}{15,6}$

$OK = 15,6 \times \tan 22,6$

$OK \approx 6,494\text{ cm}$

exercice 2

1) $RE^2 = 6,5^2 = 42,25$
$RT^2 + TE^2 = 3,9^2 + 5,2^2 = 42,25$ } donc $RE^2 = RT^2 + TE^2$

d'après la réciproque de Pythagore le triangle RTE est rectangle en T

2) dans ERT rectangle en T $\tan \widehat{ERT} = \frac{TE}{TR}$ $\tan \widehat{ERT} = \frac{5,2}{3,9}$

$\widehat{ERT} = \tan^{-1}\left(\frac{5,2}{3,9}\right)$ $\widehat{ERT} \approx 53°$

3) Les droites (RS) et (TU) se coupent en E
Les droites (RT) et (SU) sont parallèles
d'après le théorème de Thalès on a : $\frac{ER}{ES} = \frac{ET}{EU} = \frac{RT}{SU}$

$\frac{5,2}{7} = \frac{3,9}{SU}$

$5,2 \times SU = 3,9 \times 7$

$SU = \frac{3,9 \times 7}{5,2}$ $SU = 5,25\,cm$

4) Les droites parallèles (RT) et (US) sont coupées par la droite (RS) et donc les angles alternes-internes $\widehat{ERT}$ et $\widehat{ESU}$ ont même mesure
donc $\widehat{ESU} \approx 53°$

---

problème

Partie A

1) Pour une personne mesurant 180cm, le poids conseillé doit être compris entre 60 kg et 81 kg

2) Une personne mesurant 165cm qui pèse 72 kg dépasse le poids conseillé de 4 kg car le poids conseillé ne doit pas dépasser 68 kg

3) Une personne de 72 kg correspond à une taille supérieure à 170cm, son poids étant inférieur au poids maximum conseillé.

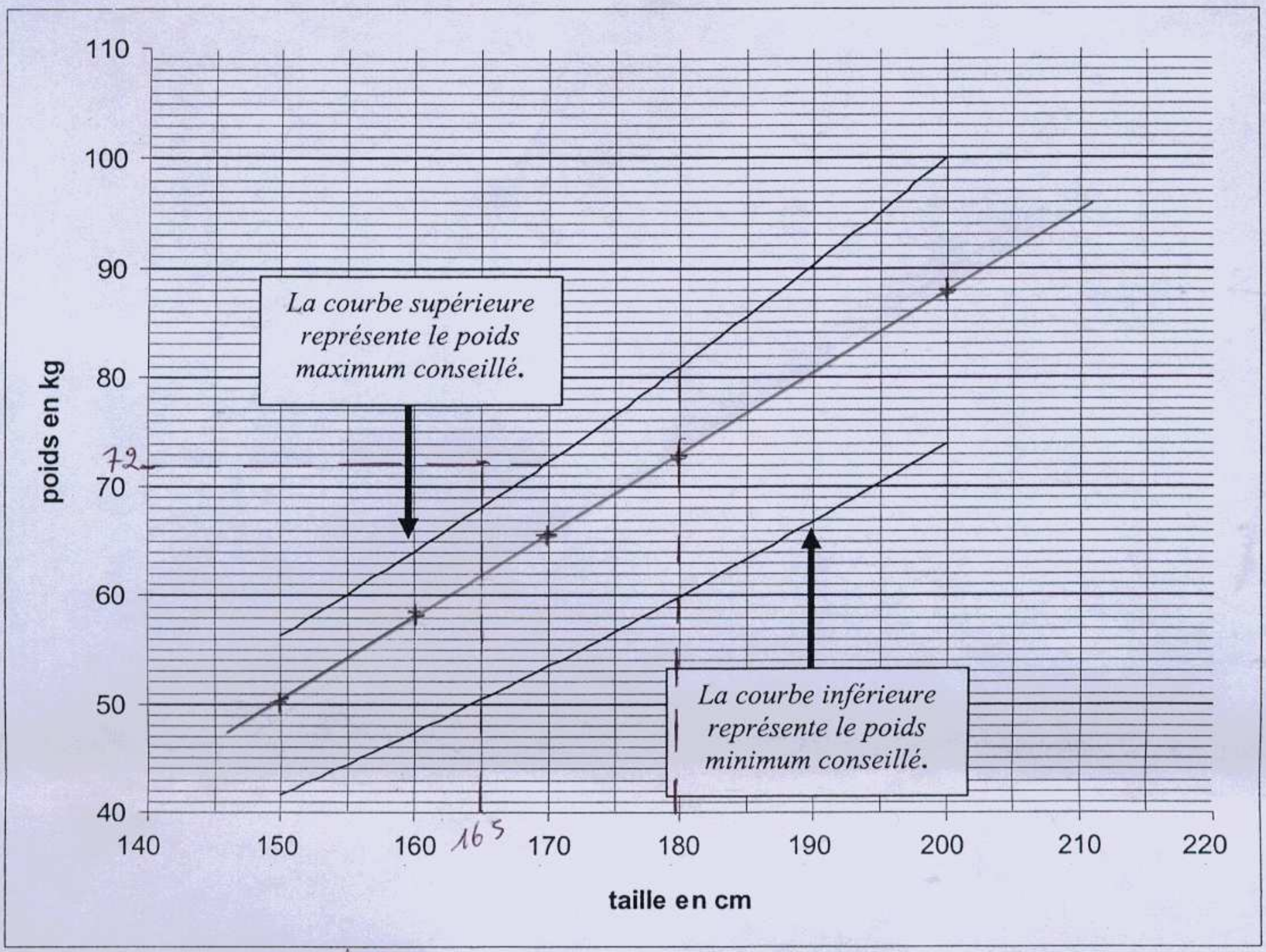
Partie B

1)

t (taille en cm)	150	160	170	180	200
p(t) (poids idéal en kg)	50	5,5	65	72,5	87,5

2) voir le graphique ci-dessous

3) Les points semblent alignés donc la représentation graphique de la fonction p serait une droite.



4) $p(t) = t - 100 - \frac{t-150}{4}$ $\quad p(t) = \frac{4t - 400 - t + 150}{4}$ $\quad p(t) = \frac{3}{4}t - \frac{250}{4}$

$p(t) = 0{,}75t - 62{,}5$ $\quad$ $p(t)$ est de la forme $p(t) = at + b$.

5) pour 170 cm le poids idéal est 65 kg
donc le poids de la personne est $65 + 6{,}5 = 71{,}5$ kg.
pour 170 cm le poids maximum conseillé est 72 kg
donc la personne ne dépasse pas le poids maximum conseillé

6) $p(t) = 60$ donc on résoud $60 = 0{,}75t - 62{,}5$

$$60 + 62{,}5 = 0{,}75t$$
$$122{,}5 = 0{,}75t$$
$$\frac{122{,}5}{0{,}75} = t \qquad t = \frac{490}{3} \quad \text{soit } t \approx 163$$

l'antécédent de 60 est $\frac{490}{3}$ soit environ 163.

donc pour environ 163 cm, le poids idéal est 60 kg.