BREVET BLANC de MATHEMATIQUES n° 2
mars 2011 - durée : 2 heures

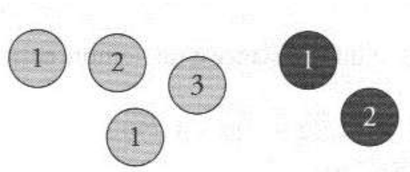
Les calculatrices sont autorisées.
*L'orthographe, le soin et la présentation sont notés sur **4 points**.*

Rendre la page 5 avec la copie (ANNEXE)

Activités numériques (12 points)

Exercice 1 *Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Aucune justification n'est demandée.*

Un sac contient six boules : quatre blanches et deux noires.
Ces boules sont numérotées : les boules blanches portent les numéros 1 ; 1 ; 2 et 3 et les noires portent les numéros 1 et 2.



Numéro	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	Quelle est la probabilité de tirer une boule blanche ?	$\frac{2}{3}$	$\frac{6}{4}$	4
2	Quelle est la probabilité de tirer une boule portant le numéro 2 ?	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$
3	Quelle est la probabilité de tirer une boule blanche numérotée 1 ?	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{6}$

REPONDRE SUR LA FEUILLE ANNEXE (feuille 5).

Exercice 2

Un rectangle ABCD a pour dimensions AB = $2\sqrt{3}+\sqrt{2}$ et AD = $2\sqrt{3}-\sqrt{2}$.

1. Calculer son périmètre (valeur exacte) sous la forme la plus simple possible.
2. Calculer son aire (valeur exacte) sous la forme la plus simple possible.

Exercice 3

Soit A= $\frac{1}{4}[(a+b)^2-(a-b)^2]$

1. Calculer A pour $a = 1$ et $b = 5$
2. Calculer A pour $a = -2$ et $b = -3$
3. Est-il exact que A est toujours égal au produit des nombres a et b ? Justifier.

Exercice 4

En 2009 une entreprise a augmenté ses ventes de 30%. En 2010, les ventes ont encore augmenté, cette fois-ci de 20%.
Calculer l'augmentation globale en pourcentage sur ces deux années.

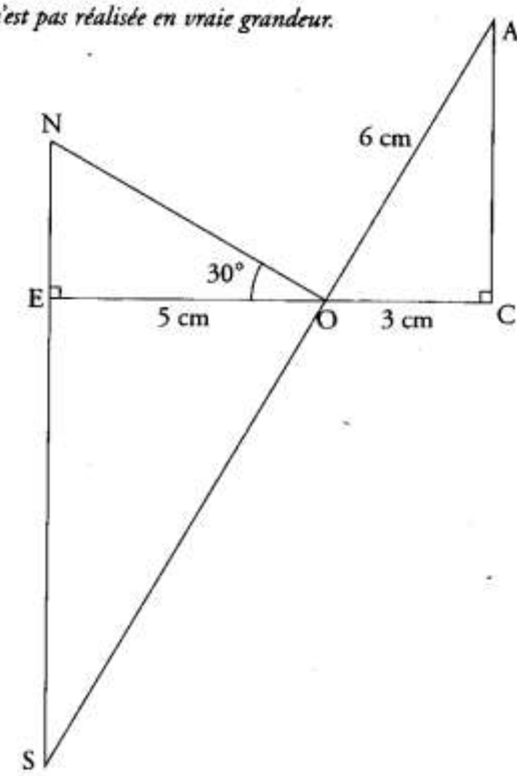
Activités géométriques (12 points)

Exercice 1

On donne :

- EO = 5 cm ; OC = 3 cm et OA = 6 cm.
- Les points E, O et C sont alignés.
- Les triangles ENO et OCA sont respectivement rectangles en E et en C. La droite (AO) coupe la droite (NE) en S.

La figure n'est pas réalisée en vraie grandeur.



1. Prouver que AC = $3\sqrt{3}$ cm.

2. a) Prouver que les droites (NS) et (AC) sont parallèles.

b) Calculer les valeurs exactes de OS et de ES.

3. Calculer ON sachant que $\widehat{NOE} = 30°$.
Arrondir au millimètre.

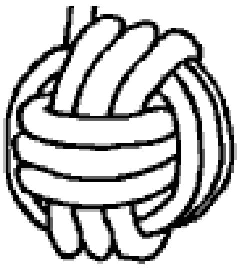
4. a) Calculer la mesure de l'angle $\widehat{COA}$.

b) Démontrer que le triangle SON est rectangle.

Exercice 2

Annie possède de la ficelle qui a la forme d'un cylindre de rayon 0,5 mm et de hauteur *h*.

1. Montrer que le volume de cette ficelle cylindrique est égal à $\mathbf{0{,}0025 \times \pi \times h}$ cm^3.



2. En enroulant cette ficelle, Annie obtient une pelote ayant la forme d'une boule de rayon 30 cm.
On suppose que la ficelle est enroulée de manière qu'il n'y a aucun vide dans la pelote. Montrer que le volume de cette boule est égal à $\mathbf{36\,000 \times \pi}$ cm^3.

3. Démontrer que la longueur h de la ficelle d'Annie est égale à 144 km.

4. Annie prétend que si les 294 autres élèves de son collège possédaient chacun la même pelote, on pourrait faire le tour de l'équateur terrestre en déroulant toutes ces pelotes et en les reliant bout à bout. A-t-elle raison ?
Justifier. (On rappelle que le rayon de la Terre est environ égal à 6400 km).

Rappels :

• Le volume d'un cylindre de hauteur h et de rayon R est $V = \pi \times R^2 \times h$.

• Le volume d'une boule de rayon R est $V = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3$

•La longueur d'un cercle de rayon R est $L = 2 \times \pi \times R$

Problème (12 points)

Sarah et Julien possèdent un téléphone portable et veulent choisir l'abonnement mensuel le plus adapté à leur besoin. Ils ont sélectionné les trois tarifs suivants :

- **Tarif 1** : Le montant de la facture de téléphone en fonction du temps de communication est représenté par le graphique donné sur la feuille annexe (feuille 5).

- **Tarif 2** : Le montant de la facture de téléphone est proportionnel au temps de communication et une minute de communication coûte 0,55 €.

- **Tarif 3** : Le montant de la facture de téléphone est obtenu de la façon suivante :
  On ajoute à un abonnement mensuel de 10 € un montant proportionnel au temps de communication tel qu'une minute de communication coûte 0,35 €.

Tous les montants des factures de téléphone seront exprimés en euros et les temps de communication en minutes.

Partie A - Étude du tarif 1

On considère dans cette partie le montant de la facture de téléphone quand le tarif 1 a été choisi.

1. Donner, par lecture graphique, le montant de la facture pour 20 minutes de communication (marquer sur le graphique page précédente les pointillés nécessaires à cette lecture).

2. Donner, par lecture graphique, la durée en minutes des communications qui correspond à une facture de 35 € (marquer sur le graphique ci-dessus les pointillés nécessaires à cette lecture).

3. Le montant de la facture selon le tarif 1 est-il proportionnel à la durée des communications ? Justifier votre réponse.

Partie B - Étude du tarif 2

On considère dans cette partie le montant de la facture de téléphone quand le tarif 2 a été choisi.

1. Recopier et compléter le tableau ci-dessous dans la copie

Nombre de minutes *de* communication	20		100
Montant de la facture en euros selon le tarif 2		22	

2. Si x représente la durée des communications (en minutes) pour un mois avec le tarif 2, donner une expression du montant de la facture en fonction de x.

3. Soit la fonction/définie par $f(x) = 0{,}55x$; représenter graphiquement la fonction f dans le repère du graphique correspondant au tarif 1 (feuille ANNEXE).

Partie C - Étude du tarif 3

On considère dans cette partie le montant de la facture de téléphone quand le tarif 3 a été choisi.

1. Recopier et compléter le tableau ci-dessous dans la copie

Nombre de minutes de communication	20	100
Montant de la facture en euros selon le tarif 3		

2.Si x représente la durée des communications (en minutes) pour un mois avec le tarif 3, donner une expression du montant de la facture en fonction de x.

3. Soit la fonction g définie par $g(x) = 0{,}35x + 10$; représenter graphiquement la fonction g dans le repère du graphique correspondant au tarif 1 (feuille ANNEXE).

4. Le montant de la facture selon le tarif 3 est-il proportionnel à la durée des communications ? Justifier votre réponse.

Partie D - Comparaison des tarifs

1. Sarah a besoin de téléphoner 1 h 30 min par mois. Donner par lecture graphique le tarif le plus avantageux pour elle et marquer sur le graphique les pointillés nécessaires à cette lecture.

2. Julien ne veut pas dépenser plus de 25 € par mois pour ses communications tout en souhaitant pouvoir téléphoner le plus possible. Donner par lecture graphique le tarif le plus avantageux pour lui et marquer sur le graphique les pointillés nécessaires à cette lecture.

3. Résoudre l'inéquation $0{,}55x \geq 0{,}35x + 10$.
Interpréter cette inéquation et sa résolution en termes de comparaison de tarifs.

NE PAS OUBLIER DE RENDRE LA FEUILLE ANNEXE

ANNEXE à rendre avec la copie

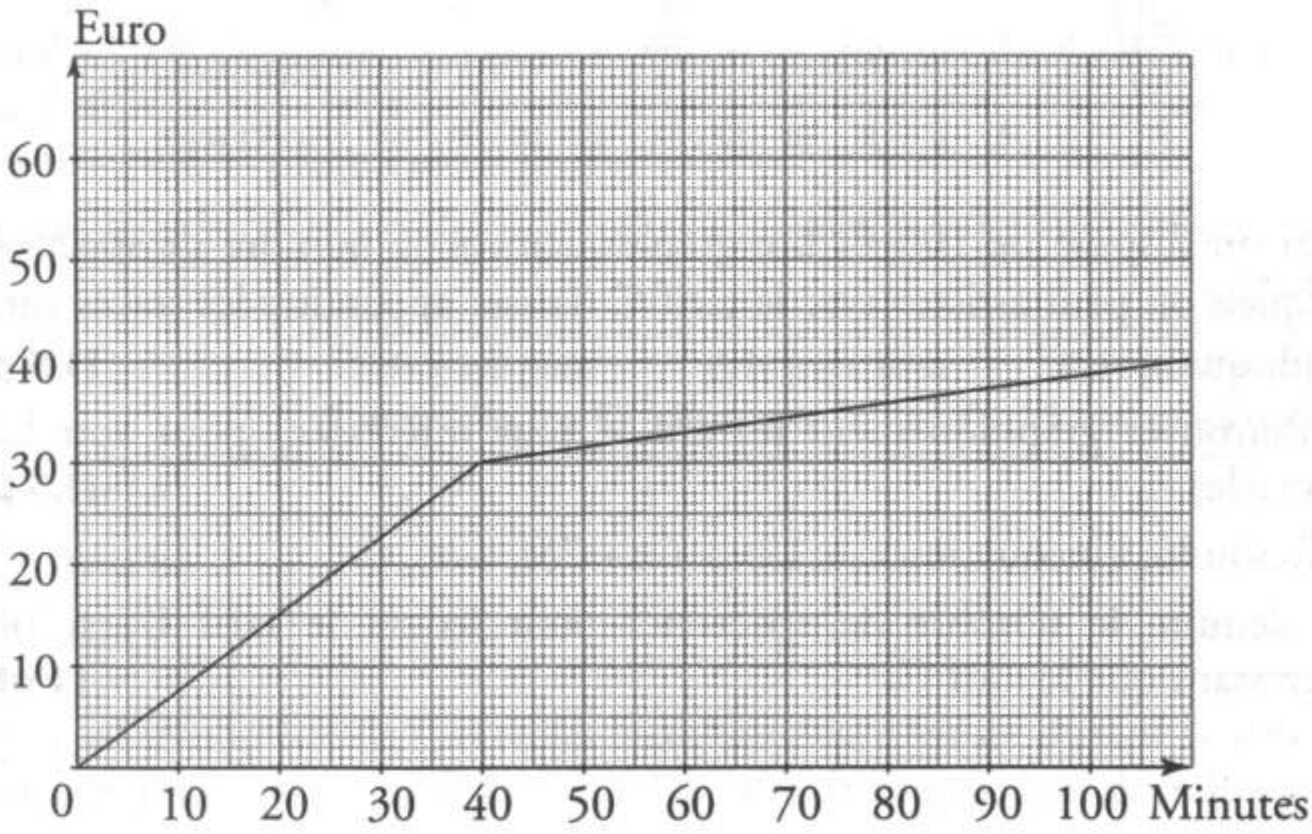
Numéro d'anonymat : ……………………

ACTIVITES NUMERIQUES : EXERCICE 1

Numéro	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C	Votre réponse
1	Quelle est la probabilité de tirer une boule blanche ?	$\frac{2}{3}$	$\frac{6}{4}$	4	
2	Quelle est la probabilité de tirer une boule portant le numéro 2 ?	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	
3	Quelle est la probabilité de tirer une boule blanche numérotée 1 ?	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{6}$	

PROBLEME

Graphique du tarif 1



CORRECTION DU BREVET BLANC

Activités numériques

Exercice 1 :

Question 1 : Réponse A $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

Question 2 : Réponse C $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

Question 3 : Réponse A $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

Exercice 2 :

1) $p = 2 \times (2\sqrt{3} + \sqrt{2}) + 2 \times (2\sqrt{3} - \sqrt{2})$

$p = 4\sqrt{3} + 2\sqrt{2} + 4\sqrt{3} - 2\sqrt{2}$

$p = 8\sqrt{3}$

2) $A = (2\sqrt{3} + \sqrt{2})(2\sqrt{3} - \sqrt{2})$

$A = 4 \times 3 - (\sqrt{2})^2$

$A = 10$

Exercice 3 :

1) $A = \frac{1}{4}[(1+5)^2 - (1-5)^2]$

$A = \frac{1}{4}(36 - 16)$

$A = 5$

2) $A = \frac{1}{4}[(-2-3)^2 - (-2+3)^2]$

$A = \frac{1}{4}[25 - 1]$

$A = 6$

3) $A = \frac{1}{4}[(a+b)^2 - (a-b)^2]$

$A = \frac{1}{4}[a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + 2ab - b^2]$

$A = \frac{1}{4}[4ab]$

$A = ab$

A est effectivement égal au produit de a et b.

Exercice 4 :

En 2009 une entreprise a augmenté ses ventes de 30%. Les prix ont donc été multipliés par $1 + \frac{30}{100} = 1{,}3$

En 2010, les ventes ont encore augmenté, cette fois-ci de 20%. Les prix ont donc été multipliés par $1 + \frac{20}{100} = 1{,}2$

Finalement, les prix ont donc été multipliés par 1,3 × 1,2 = 1,56 d'où une augmentation totale de 56%

Activités géométriques

Exercice 1 :

1) AOC est rectangle en C donc on a d'après la propriété de Pythagore :
   $AO^2 = AC^2 + OC^2$
   $AC^2 = AO^2 - OC^2 = 36 - 9 = 27$
   $AC = \sqrt{27} = \sqrt{9} \times \sqrt{3}$
   $AC = 3\sqrt{3}cm$

2) a) (ES) et (AC) sont parallèles car toutes les deux perpendiculaires à la droite (EC).

   b) EOS est un triangle dans lequel on a :
   * A est sur (OS)
   * C est sur (OE)
   * (ES) est parallèle à (AC)
   On peut donc utiliser la propriété de Thalès :
   $\frac{OC}{OE} = \frac{AO}{OS} = \frac{AC}{ES}$
   Donc $\frac{3}{5} = \frac{6}{OS} = \frac{3\sqrt{3}}{ES}$
   Ainsi : $OS = \frac{5\times 6}{3}$ $OS = 10\ cm$
   Et $ES = \frac{5\times 3\sqrt{3}}{3}$ $ES = 5\sqrt{3}\ cm$

3) EON est rectangle en E.
   $\cos\widehat{EON} = \frac{OE}{ON}$ $\cos 30° = \frac{5}{ON}$
   $ON = \frac{5}{\cos 30°}$ $ON \approx 5{,}8\ cm$

4) a) AOC est rectangle en C.
   $\cos\widehat{AOC} = \frac{OC}{OA} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
   Donc $\widehat{AOC} = 60°$

   b) $\widehat{AOC} = \widehat{EOS}$ car ce sont deux angles opposés par le sommet.
   $\widehat{NOS} = 30 + 60 = 90°$ donc NOS est bien rectangle (en O).

Exercice 2 :

0,5 mm = 0,05 cm

1) $V_{ficelle} = \pi \times R^2 \times h = \pi \times 0{,}05^2 \times h$
   $V_{ficelle} = 0{,}0025 \times \pi \times h\ \ cm^3$

2) $V_{boule} = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 30^3$
   $V_{boule} = 36000 \times \pi\ \ cm^3$

3) $V_{boule} = V_{ficelle}$
   $36000 \times \pi = 0{,}0025 \times \pi \times h$
   $\frac{36000 \times \pi}{0{,}025 \times \pi} = h$
   $h = 14\,400\,000\ cm$
   $h = 144\ km$

4) La longueur de l'équateur est $2\pi \times 6400 \approx 40212\ km$.
Or $144 \times 294 = 42336$ donc Annie a raison.

Problème :

PARTIE A :

1) Pour 20 minutes de communication, le montant de la facture est de $\boxed{15€}$.
2) Pour 35€, on peut téléphoner environ $\boxed{74 \text{ minutes}}$.
3) Le montant n'est pas proportionnel à la durée car la courbe n'est pas une droite passant par l'origine du repère.

PARTIE B :

1) Avec le tarif 2 :

Nombre de minutes	20	40	100
Montant de la facture	11	22	55

×0,5

2) Le montant de la facture est de $\boxed{0{,}55x}$.
3) Voir graphique

PARTIE C :

1) Avec le tarif 3 :

Nombre de minutes	20	100
Montant de la facture	17	45

2) Le montant de la facture en fonction de x avec le tarif 3 est $\boxed{0{,}35x + 10.}$
3) Voir graphique
4) Le montant de la facture selon le tarif 3 n'est pas proportionnel à la durée de communications puisque la droite ne passe pas par l'origine du repère.

PARTIE D :

1) 1h30 = 90 min Sarah a donc intérêt à choisir le Tarif 1.
2) Avec 25€, le tarif qui permet de téléphoner le plus longtemps est le Tarif 2.
3) $0{,}55x \geq 0{,}35x + 10$

$0{,}20x \geq 10$

$x \geq \dfrac{10}{0{,}2}$

$x \geq 50$

A partir de 50 minutes, le Tarif 3 est plus avantageux que le Tarif 2.